

# Nem kétértékű logika




# Az előzmény

„Holnap lesz tengeri csata...”



$\Box p \text{ — } \Diamond p \text{ — } \Diamond(\sim p) \text{ — } \Box(\sim p)$

# A különbség

- **Klasszikus logika** alapértékei: **hamis** – **igaz**
  - **Modális logika**: a hamis/igaz értékeket megőrzi, ám *modalizálja*: szükségszerűen/esetlegesen hamis/igaz
  - **Többértékű logika**:
    1. **Elutasítja** a modális logikát:  
nincs „szuperhamis”, nincs „szuperigaz”
    1. A hamis/igaz értékek *között további értékek*
- **hamis = 0**  **igaz = 1**  
→ többértékű logikai rendszerek

# J. Łukasiewicz

- „Szabadulás az arisztotelészi logika mentális kényszerzubbonyából...”
  - Jan Łukasiewicz, 1920
  - **háromértékű logika**
    - ✓ *determinált* értékei: **0**, **1**
      - ← **N** (notwending: szükségszerű)
    - ✓ *indeterminált (neutrális)* értéke: **1/2**
      - ← **M** (möglich: lehetséges)
      - lehetséges** = a „harmadik érték”
  - Igazságértékek → **determinációs értékek**

# Két- és háromértékű logika

&	1	½	0
1	1	½	0
½	½	½	0
0	0	0	0

∨	1	½	0
1	1	1	1
½	1	½	½
0	1	½	0

⊃	1	½	0
1	1	½	0
½	1	1	½
0	1	1	1

&	1	0	½
1	1	0	½
0	0	0	0
½	½	0	½

∨	1	0	½
1	1	1	1
0	1	0	½
½	1	½	½

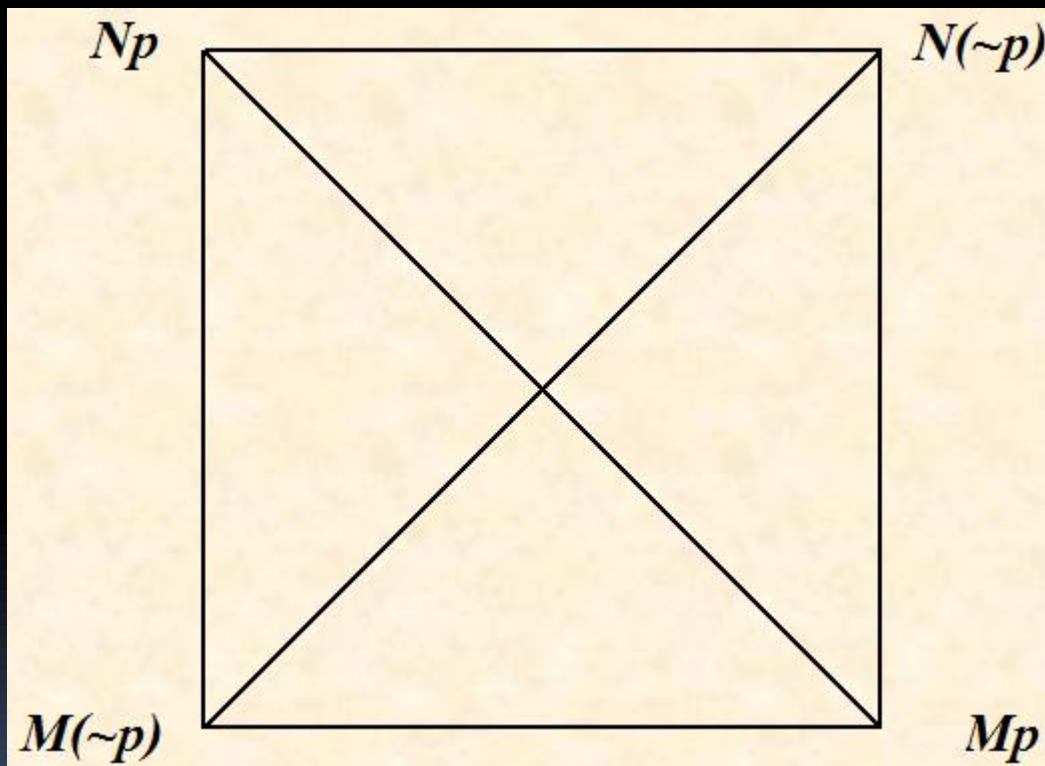
⊃	1	0	½
1	1	0	½
0	1	1	1
½	1	½	1

# P1.: Többértékű logika – $\mathcal{L}_5$

- A „legigazabb” = 0 (!)
- A „leghamisabb” = 1 (!)

$\supset$	0	1	2	3	4	$\sim$
0	0	1	2	3	4	4
1	0	0	1	2	3	3
2	0	0	0	1	2	2
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	0

# Logikai négyzet Łukasiewicz



$Np$  : bizonyos,  
hogy  $p$   $[Np] = 1$

$N(\sim p)$  : bizonyos,  
hogy nem  $p$

$[N(\sim p)] = 0$

$Mp$  : lehetséges,  
hogy  $p$

$Mp = \sim Np$

$[Mp] = 1/2$

$M(\sim p)$  :  
lehetséges, hogy  
nem  $p$

$M(\sim p) = \sim N(\sim p)$

$[M(\sim p)] = 1/2$

# Életlen (*fuzzy*) logika

- **Többértékű logika:** *diszkrét* értékek („élek”)
- Végállapota: *megszámlálhatatlan végtelen értékű* logika →
- **Fuzzy logika:** *infinitezimális* változás, folytonosság
  - A fuzzy logika is a 0 és az 1 közé helyezi el az igazságértékeket, de nem látja el azokat *határozott* értékkel – meghagyja bizonytalannak, homályosnak.
  - Az *értékek átmenete folyamatos és észrevétlen.*
  - A fuzzy logika nem tagadja a *bivalenciát* – csupán a *multivalencia* ritka szélső értékének tekinti.
  - Felismerése szintén nem új keletű:



# Fuzzy értékek 1.

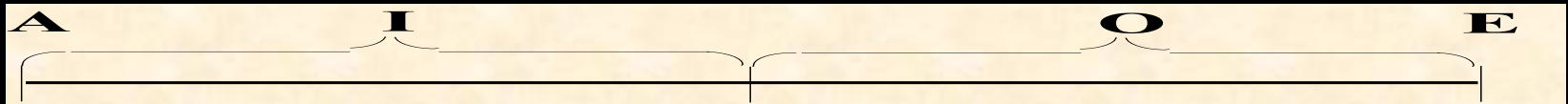
- Híd a *mesterséges nyelvek* jól megformázottsága és a *természetes nyelvek* árnyaltsága között.
- „kopasz paradoxona”; „homokkupac paradoxona” (Eubulidész)



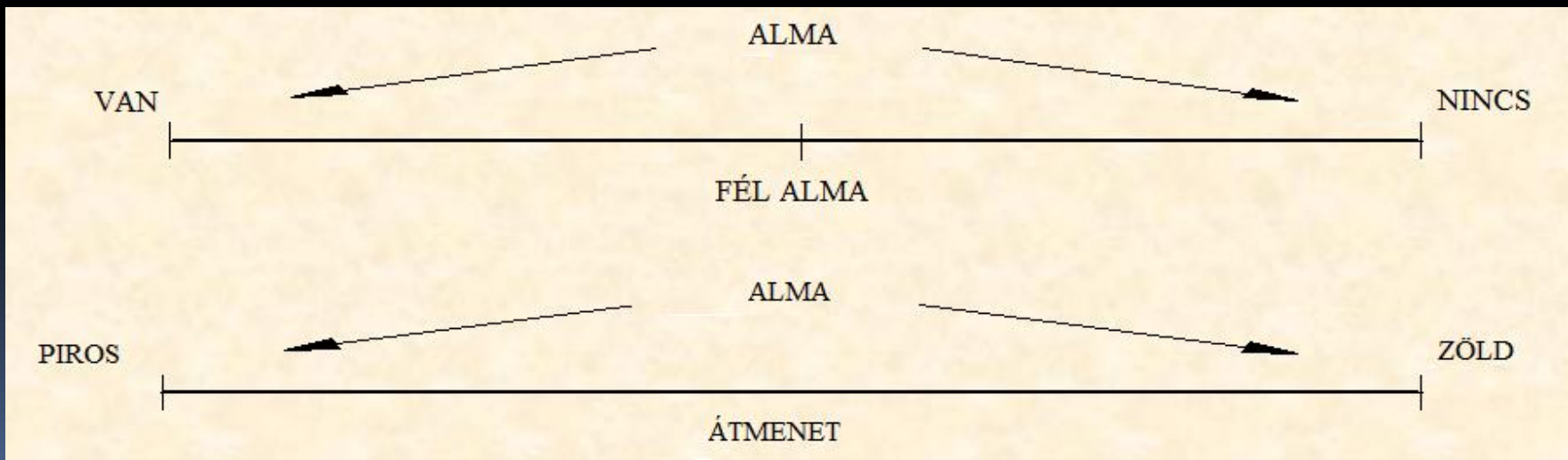
kicsi közepes nagy

# Fuzzy értékek 2.

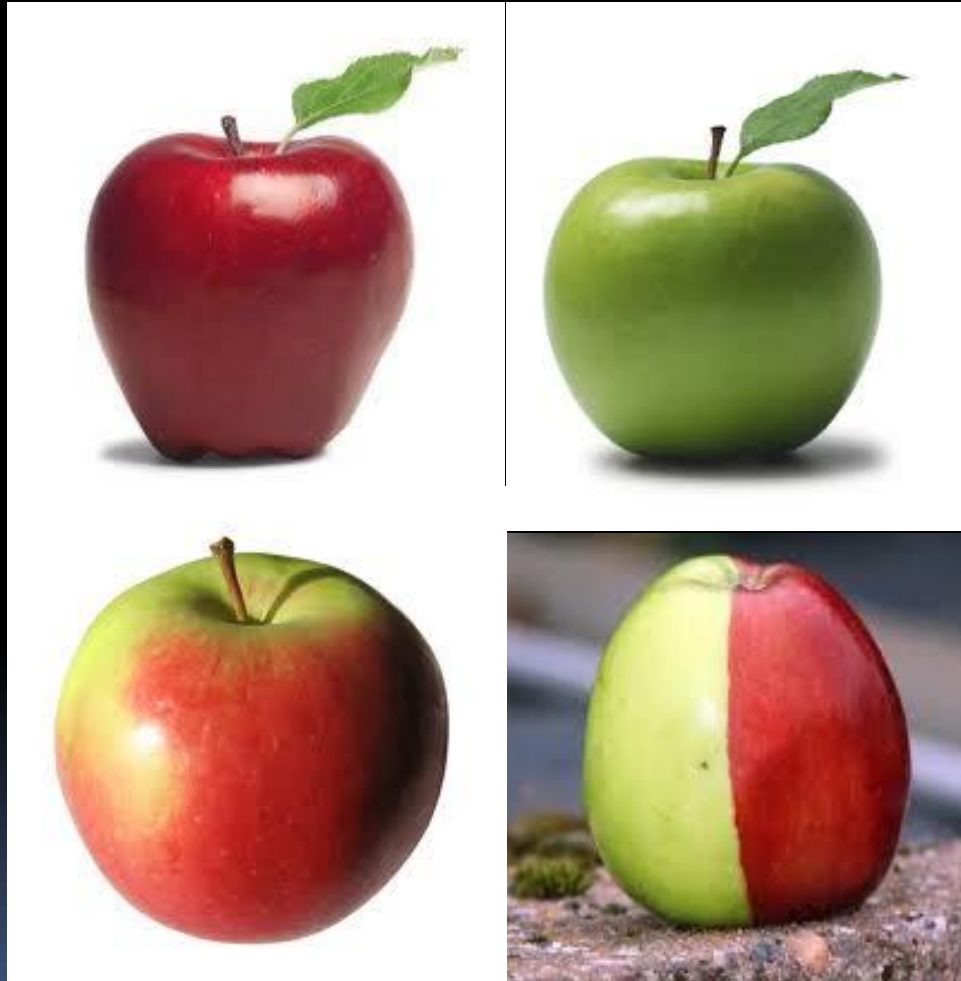
- A kiinduló **logikai négyzet** „kiterítésével” :



- A „*minden macska fekete*” (A) és az „*egyetlen macska sem fekete*” (E) között : „*némely macska fekete*” (I) és „*némely macska nem fekete*” (O).
- A fuzzy logika **alkalmazása az individuumokra** :

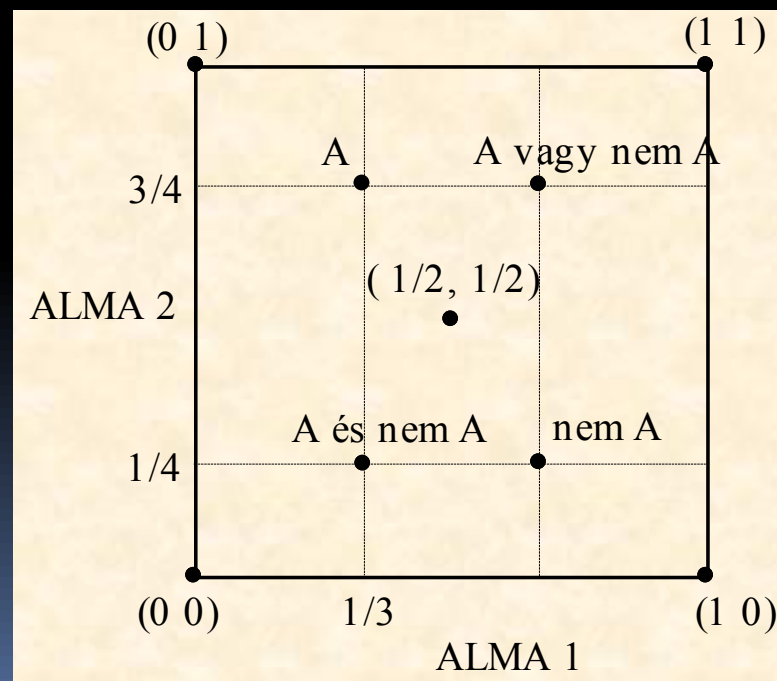
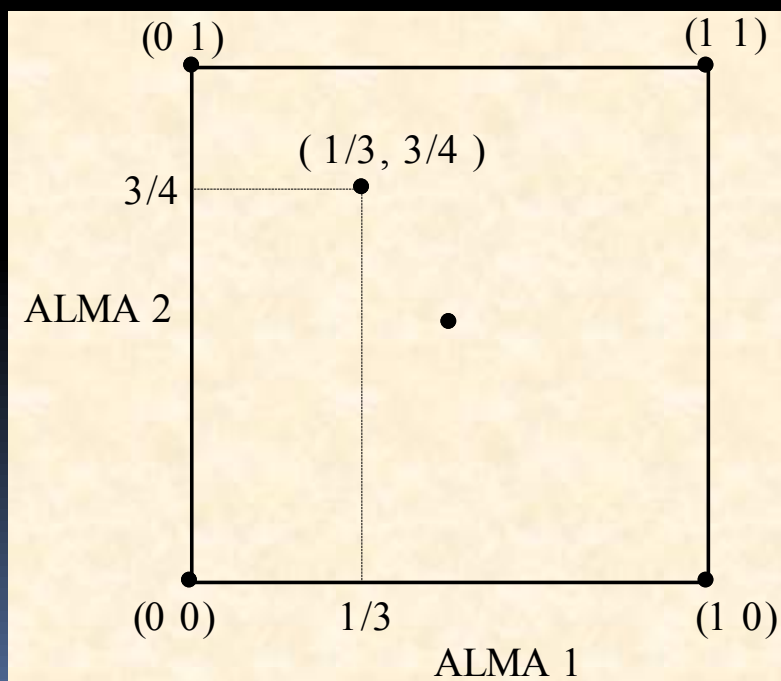


# Piros alma



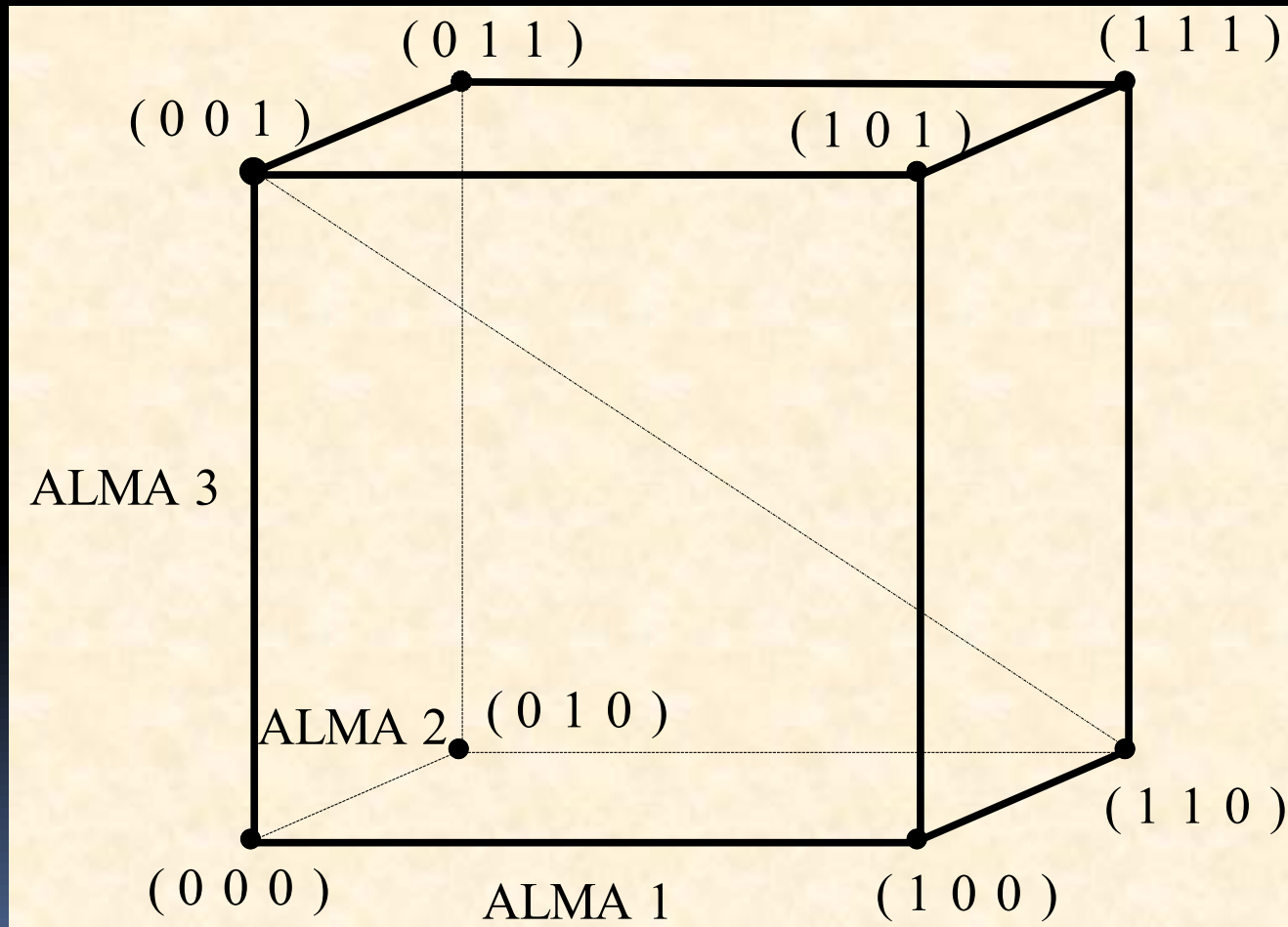
# Fuzzy értékek 3.

- Két alma esetén lehetséges, hogy egyik sem piros (00), mindkettő piros (11), az egyik piros, a másik nem (10), vagy fordítva (01). Az egyes almák azonban a piros és a zöld között vannak – vagyis a színek a négyzög belsejébe kerülnek.



# Fuzzy értékek 4.

- Három alma esetén :



# Például a JOGGYAKORLAT

- A joggyakorlat egyik sajátossága, hogy két értékre
  - bűnös vagy ártatlan,
  - pervesztes vagy pernyertes,
  - igazat mond vagy hazudik, stb.

igyekszik kifuttatni a több értékkel, átmenetekkel rendelkező jelenségeket.

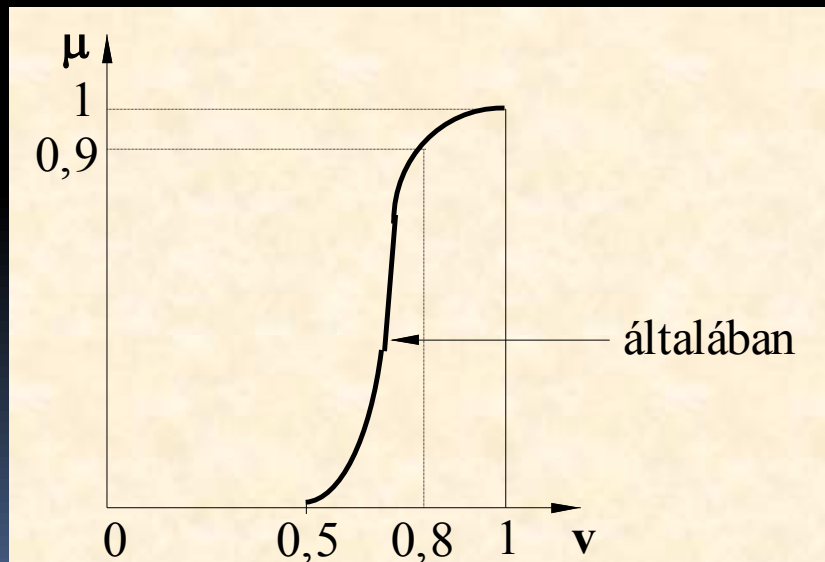
*„Felismeri a vádlottat?” „Elismeri a bűnösségét?”*

*„Szándékosan esett késedelembe?” „Előre látta a következményeket?” – „Válaszoljon igennel vagy nemmel!”*

- A bizonytalanság, a hozzávetőlegesség nem irracionális és nem logikátlan.

# Diszpozíciók

- A következtetések alapját
  - a klasszikus logikában **propozíciók** (állítások)
  - a fuzzy logikában **diszpozíciók** (többnyire, de nem szükségképpen igaz állítások) képezik.
- Pl.: „A svédek általában szőkék.”



**v** : a szőkeség  
mértéke  
(az 'általában' helye)

**$\mu$**  : a kifejezés nyelvi  
értéke (pl. egy svéd  
mennyire svéd)

# Fuzzy kvantorok

- A diszpozíciókat **fuzzy kvantorok** (jelük: **Q**) kvantifikálnak : általában, néha,, többé-kevésbé stb.
- **Az állítások minősítésének lehetőségei:**

## (a) Igazság minősítés

*„Nem egészen igaz, hogy Mary fiatal.”*

A minősített **propozíció**: „Mary fiatal”,

a minősítő **igazságérték**: „Nem egészen igaz...”.

## (b) Valószínűség minősítés

*„Valószínűtlen, hogy Mary fiatal.”*

## (c) Lehetőség-minősítés

*„Szinte lehetetlen, hogy Mary fiatal.”*

A minősítő értékek **életlenek**: életlen igazság, életlen valószínűség, életlen lehetőség.



# Fuzzy szillogizmusok

- Fuzzy szillogizmus = a diszpozíciókból (kvantifikált állításokból) levont következtetés.
- A kvantifikáció a klasszikus logika következtetési sémát nem érinti.
- A fuzzy kvantorok egymáshoz való viszonyát szorzatukkal oldják fel. **Kvantorok szorzatának** jelölésére a  $\otimes$  szimbólumot használjuk.

*„A legtöbb gyerek iskolás.*

*Az iskolások több mint fele lány.*

*Tehát a gyerekek többsége iskoláslány.”*

$$\{Q_1(F \supset G), Q_2(G \supset H)\} \Rightarrow Q_1 \otimes Q_2 (F \supset H)$$